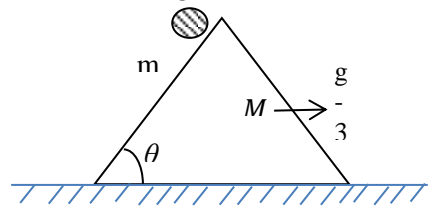


උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය-2

1. m ස්කන්ධය සහිත P ගෝලයක් තිරස් සුමට බිමක u ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. ස්කන්ධය $2m$ හා ප්‍රවේගය $2u$ වූ වෙනත් Q ගෝලයක් එම දිශාවටම චලිත වී P සමඟ සරල ගැටුමක් සිදු කරයි. ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගෝල දෙක අතර ආවේගය $\frac{2mu(1+e)}{3}$ බව පෙන්වන්න.

2. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක් තිරසයට θ ආනත සුමට මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තබා සිරුවෙන් මුදා හරින ලදී. M කුඤ්ඤය තිරස් සුමට බිමේ $g/3$ ත්වරණයකින් චලිත වේ. P අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න.



3. පොළොවට h උසකින් පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරස සමඟ ඉහළට 45° කෝණයක් සාදන දිශාවට u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. O සිට d ට තිරස් දුරින් පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයකදී අංශුව පොළොව මත පතිතවේ. අංශුව O සිට නගින උපරිම උස $\frac{a^2}{4(d+h)}$ බව පෙන්වන්න.

4. විෂ්කම්භය මීටර් a වන සිලින්ඩරාකාර පයිප්පයක් සහිත පොම්පයකින්, මීටර් h ගැඹුරු ලිඳකින් ජලය $v \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් පොම්ප කරනු ලැබේ. පොම්පයේ ජවය, $\frac{\pi}{4} a^2 v \rho g (h + \frac{v^2}{2g})$ බව පෙන්වන්න. (මෙහි ρ යනු ජලයේ ඝනත්වයයි.)

5. දෛශික දෙකක් අතර අදිශ ගුණිතය අර්ථ දැක්වන්න. \underline{a} හා \underline{b} දෛශික දෙක $\underline{a} = 2\underline{i} + 3\underline{j}, \underline{b} = \underline{i} - \lambda\underline{j}$ මගින් දී ඇත. $(\underline{a} + \underline{b})$ හා $(\underline{a} - \underline{b})$ ලම්භ වීම සඳහා λ හි අගය සොයන්න.

6. තිරසට θ ආනත රළ තලයක් මත w බර අංශුවක් තබා ඇත. අංශුව පහළට ලිස්සායාම යාන්ත්‍රමයින් වලක්වා ගැනීමට අවශ්‍ය ඝර්ෂණ බලයක් රළ තලය මගින් සපයයි. අංශුව හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය සොයන්න.

7. දිගින් එක හා සමාන බර w බැගින් වූ ඒකාකාර දඬු තුනක් A, B හා C හිදී සුමට ලෙස සන්ධිකර ABC ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. මෙය A ශීර්ෂයට යොදන ලද තන්තුවකින් නිදහසේ වල්ලා ඇත. B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{\frac{7}{12}} w$ බව පෙන්වන්න.

එහි දිශාව කුමක්ද ?

8. A හා B යනු $P(A) = \frac{8}{15}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ සහ $P(A/B) = \frac{1}{5}$ වන පරිදි වූ සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු.

- (i) සිද්ධි දෙකම සිදුවීමේ,
 - (ii) සිද්ධි දෙකින් එකක් පමණක් සිදුවීමේ,
 - (iii) සිද්ධි දෙකින් එකක්වත් සිදු නොවීමේ,
- සම්භාවිතාව සොයන්න

9. A හා B සිද්ධි $P(A) = x + 0.2$, $P(B) = 2x + 0.1$ සහ $P(A \cap B) = x$ වන පරිදි වේ.

- (i) $P(A \cup B) = 0.7$ නම් x හි අගය සොයන්න,
- (ii) A හා B සිද්ධි ස්වායත්ත බව සත්‍යාපනය කරන්න,
- (iii) $P(A/B')$ සොයන්න, මෙහි B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධිය වේ,

10. පරීක්ෂණයකදී A පන්තියේ ශිෂ්‍යයන් සියළු දෙනාගේ ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය 68.4 ක් වූ අතර B පන්තියේ ශිෂ්‍යයන් සියළු දෙනාගේ ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය 72.4 ක් විය. පන්ති දෙකේ ශිෂ්‍යයන් සියළු දෙනාගේ ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය 70.8 කි.

A සහ B පන්ති දෙකේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා අතර අනුපාතය සොයන්න.

11. a) සරල රේඛාවක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට නිසලතාවයෙන් චලිතය අරඹන අංශුවක් මුල් t කාලය තුළ f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ද පසුව T කාලයක් $2f$ ඒකාකාර මන්දනයෙන් ද පසුව $3f$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ද සරල රේඛාවේ චලිත වේ. අංශුව ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට නැවතත් යන්ත්‍රමිත් ඵලමෙහි ධාවන දී ඇත. ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයක් ඇඳ, ඒ හිනින් $t = \frac{T}{2}(3\sqrt{5} - 5)$ බව පෙන්වන්න.

b) නැවක් සෘජු මුහුදු ගමන් මගක $u \text{ kmh}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. වරායක සිට එම ගමන් මගෙහි ආසන්නතම ලක්ෂ්‍ය වන A ට ඇති දුර $a \text{ km}$ වෙයි. A ලක්ෂ්‍යයට ප්‍රභවයට පෙර, වරායේ සිට $b (> a) \text{ km}$ දුරින් නැව ඇති විට, එය අල්ලා ගැනීම සඳහා බෝට්ටුවක් වරායෙන් පිටත් වෙයි. නැවට ප්‍රභව වීම සඳහා බෝට්ටුවට තිබිය යුතු අඩුතම ඒකාකාර වේගය $\frac{au}{b} \text{ kmh}^{-1}$ බව සාධනය කරන්න.

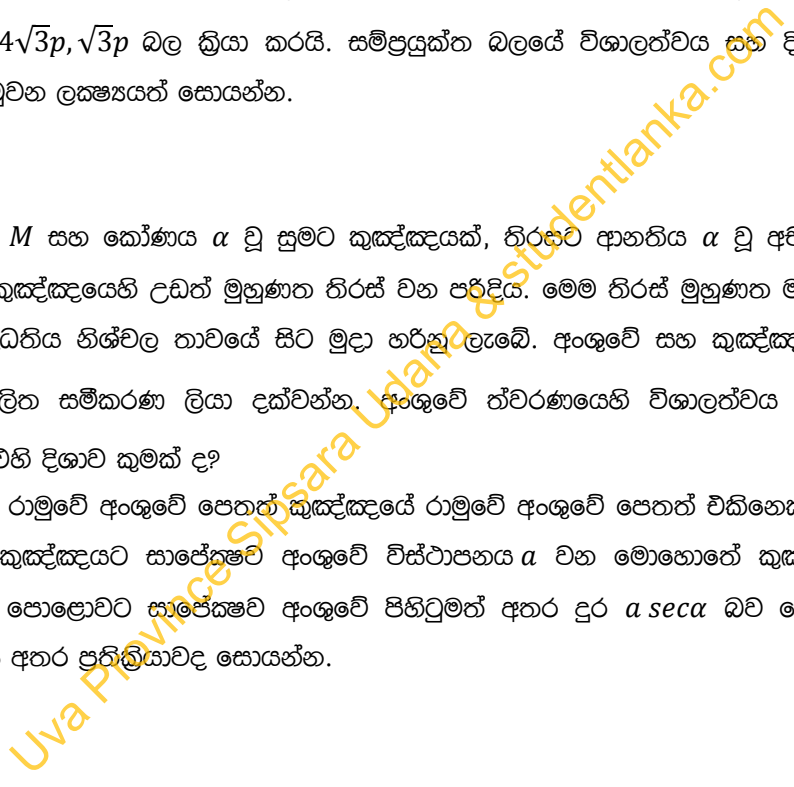
බෝට්ටුවට $v \text{ kmh}^{-1} (u > v > \frac{au}{b})$ වේගයකින් යා නැති නම්, නිශ්චිත ස්ථාන දෙකකදී නැව අල්ලා ගැනීමට එයට හැකි බවත්, එම ස්ථාන දෙක සඳහා බෝට්ටුවට ගතවන කාල, පැය $\frac{2\sqrt{b^2v^2 - a^2u^2}}{u^2 - v^2}$ කින් වෙනස් වන බවත් සාධනය කරන්න.

12. a) තිරසර α කෝණයකින් ආනතව අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රකේප කෙරේ. t කාලයකට පසුව අංශුවේ සිරස් හා තිරස් ප්‍රවේග සංරචක සඳහා ප්‍රකාශන ලබන්න. ප්‍රක්ෂේපනයේ වැඩිතම උස h හා තිරස් පරාසය R නම්, $u^2 = 2g \left(h + \frac{R^2}{16h} \right)$ බව පෙන්වන්න.

b) ABC යනු $BC = 2a$ සහ $\angle C = 120^\circ$ වන සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. BC, CA, BA, AD ඔස්සේ අක්ෂර පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතර විශාලත්වය පිළිවෙලින් $p, 2\sqrt{3}p, 4\sqrt{3}p, \sqrt{3}p$ බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රසක්ත බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාවත්, ක්‍රියා රේඛාවට BC පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න.

13. ස්කන්ධය M සහ කෝණය α වූ සුමට කුඳුඳයක්, තිරසර ආනතිය α වූ අවල සුමට තලයක් මත තබා ඇත්තේ කුඳුඳයෙහි උඩින් මුහුණත තිරස් වන පරිදිය. මෙම තිරස් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා, පද්ධතිය නිශ්චල තාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවේ සහ කුඳුඳයේ ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය $\frac{(M+m)g \sin^2 \alpha}{M+m \sin^2 \alpha}$ බව සාධනය කරන්න. එහි දිශාව කුමක් ද?

පොළොව රාමුවේ අංශුවේ පෙනත් කුඳුඳයේ රාමුවේ අංශුවේ පෙනත් එකිනෙකට ලම්භක වන බව සාධනය කරන්න. කුඳුඳයට සාපේක්ෂව අංශුවේ විස්ථාපනය a වන මොහොතේ කුඳුඳයට සාපේක්ෂව අංශුවේ පිහිටුමත් පොළොවට සාපේක්ෂව අංශුවේ පිහිටුමත් අතර දුර $a \sec \alpha$ බව පෙන්වන්න. ආනත තලය සහ කුඳුඳය අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.



14. අරය a වන සුමට සෘජු වෘත්තාකාර කුහර සිලින්ඩරයක් එහි අක්ෂය තිරස් වන ලෙස සවිකර ඇත. O යනු සිලින්ඩරයේ අක්ෂය මත ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බ සිරස් තලයක සිලින්ඩරයේ ඇතුළු පෘෂ්ඨයේ පිහිටි, O සමඟ එකම මට්ටමේ වන A ලක්ෂ්‍යයක සිට, ස්කන්ධය m වන P සුමට අංශුවක් සිරස්ව යටිඅතට $\sqrt{10ag}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. P අංශුව පෘෂ්ඨයේ පහළතම ලක්ෂ්‍ය වෙත ළඟාවන විට නිශ්චලතාවේ ඇති ස්කන්ධය $2m$ වන Q සුමට අංශුවක් සමඟ එය සෘජුව ගැටෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වෙයි.

(i) ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු Q අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න

(ii) OQ උඩු සිරස සමඟ θ සුළු කෝණයක් සාදන විට Q අංශුව හා සිලින්ඩරයේ ඇතුළු පෘෂ්ඨය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

OQ උඩු සිරස සමඟ $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන විට Q අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) O ඔස්සේ යන තිරස් මට්ටමේ සිට ඉහළට Q අංශුව ළඟාවන උපරිම උස $\frac{13a}{27}$ බව පෙන්වන්න.

15. සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සිලිමක අවල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. එහි අනෙක් කෙළවරට සමතුලිතවේ චලිතව ඇති අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇති අතර එමඟින් තන්තුවේ l චිතනියක් ඇති කෙරෙයි. කාලය $t = 0$ දී, සිරස්ව යටිඅතට $2\sqrt{gl}$ ප්‍රවේගයක් දීමෙන් අංශුවේ සමතුලිතතාව බිඳහෙලනු ලැබෙයි.

(i) තන්තුවේ උපරිම චිතනිය $3l$ බව

(ii) $\frac{7\pi}{6} \sqrt{\frac{l}{g}}$ කාලයකට පසු තන්තුව මුරුල් වන බව

(iii) තන්තුවේ ස්වාභාවික දිග $\frac{3l}{2}$ ඉක්මවා යතොත් අංශුව සිලිමේ නොවදින බව

(iv) තන්තුවේ ස්වාභාවික දිග $\frac{3l}{2}$ ට වඩා වැඩි නම්, අංශුවට උපරිම උසට ළඟාවීමට $\left(\sqrt{3} + \frac{7\pi}{6}\right) \sqrt{\frac{l}{g}}$ කාලයක් අවශ්‍ය බව සාධනය කරන්න.

16. අරය a වන සුමට අර්ධගෝලීය පාත්‍රයක්, එහි ගැට්ට තිරස්ව සහ ඉහළින් පිහිටන සේ අවලව සවිකර ඇත. G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයෙන් $AG:GB = 1:2$ අනුපාතයට බෙදෙන දිග b වන බර w වන දණ්ඩක් පාත්‍රය තුළ දමා ඇත්තේ A කෙළවර පාත්‍රය ඇතුළු පෘෂ්ඨය ස්පර්ෂ කරමින්ද B කෙළවර පාත්‍රයෙන් පිටතට නොරා පවතිමින්ද, පිහිටන අන්දමිනි. B ලක්ෂ්‍යයෙන් $2w$ භාරයක් එල්ලා ඇත. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයෙන් ආනත වන අතර A හිදී ප්‍රතික්‍රියාව, පාත්‍ර ගැට්ටේ ප්‍රතික්‍රියාව මෙන් දෙගුණයක් වේ නම්, $\tan\theta = \frac{7b}{9a}$ බව පෙන්වන්න.

17. a) පෙට්ටියක සර්වසම බෝල 6 ක් ඇති අතර ඒවායින් 5 ක් කළු ද, අනෙක සුදු ද වෙයි. අහිල් හා බිම්බල් අතර මාරු ක්‍රමයට පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස වරකට බෝලයක් තේරීමේ ක්‍රීඩාවක යෙදේ. සුදු බෝලය පළමුවෙන්ම තෝරනු ලබන පුද්ගලයා ක්‍රීඩාවේ ජයග්‍රාහකයා වෙයි. අහිල් ක්‍රීඩාව ආරම්භ කරයි. තේරීම් එක එකක දී ගනු ලබන බෝලය ප්‍රතිස්ථාපනය නොකෙරෙන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, බිම්බල් ක්‍රීඩාව දිනීම දැක්වීම සඳහා රැක් සටහනක් ගොඩනගන්න.

ඒ නගින්න, බිම්බල් ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

එක් එක් උත්සාහයෙන් පසුව බෝලය ප්‍රතිස්ථාපනය කරන පරිදි ක්‍රීඩාව නැවත අරඹා දක්වා තිබෙයි.

අහිල්

(i) ඔහුගේ පළමු උත්සාහයේදී

(ii) ඔහුගේ තෙවැනි උත්සාහයේදී

(iii) අවසානයේදී

ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ඒ නගින්න, බිම්බල් අවසානයේදී ක්‍රීඩාව දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b) සිසුන් 20 දෙනෙකු ගණිත විෂයේ ගෙදර වැඩ සඳහා ගතකරන කාලවල (මිනිත්තුවලින්) වේකෂය හා වර්ග වල වේකෂය පිළිවෙලින් 320 හා 5840 වේ.

(i) සිසුන් 20 දෙනා ගණිත විෂයේදී ගෙදර වැඩ සඳහා ගතකරන ලද කාලවල ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යයට හා සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

(ii) වෙනත් සිසුවෙකු ගණිත විෂයේ ගෙදර වැඩ සඳහා ගතකරන ලද කාලය එක්කළ විට මධ්‍යන්‍යයට වෙනස් නොවන බව සොයා ගෙන ඇත. සම්මත අපගමනය අඩු වන බව පෙන්වන්න.

(iii) වෙනත් සිසුන් 10 දෙනෙකු ගණිත විෂයේ ගෙදර වැඩ සඳහා ගතකරන ලද කාලවල (මිනිත්තුවලින්) වේකෂය හා වර්ගවල වේකෂය පිළිවෙලින් 130 හා 2380 වෙයි. සිසුන් 30 දෙනාම ගන්නා ලද කාලවල මධ්‍යන්‍යයට හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

A/L 2014 Combined Mathematics - Model Paper (Sipsara Udana)

Dr Wasantha Daundasekera, University of Peradeniya

Uva Province Sipsara Udana & Studentika.Com